



Plazma-instabilitások

Szepesi Tamás

Tavaly volt:



2006. január 6.



1. Az instabilitások osztályozása (egy lehetséges mód)

- streaming
- Rayleigh-Taylor
- általános
- kinetikus

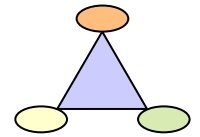
2. A Rayleigh-Taylor („gravitációs”) instabilitás

3. A „kink” instabilitás

4. Az ELM-ek

- osztályozás (Zohm-féle)
- fenomenológikus leírás
- modellszámítások eredményei (vázlatosan)
- következtetések

1. Az instabilitások osztályozása



Plazmahullámok vizsgálatakor ideális körülmények (teljes egyensúly):

- Maxwell-féle sebességeloszlás
- a sűrűség és a mágneses tér egyenletes
- a hullámokat *ki kell váltani* (külső hatás)

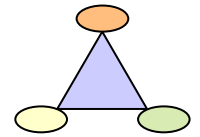
Az instabilitások vizsgálatához más körülmények kellene:

- nem tökéletes a termodinamikai egyensúly (az entrópia nem maximális)

DE: az erők kiegyenlítettek és létezik időfüggetlen megoldás

- van szabad energia → a hullámok külső hatás nélkül is *keletkeznek*
- a kialakuló instabilitás mindig közelebb viszi a rendszert az egyensúlyhoz (csökkenti a szabad energiát)
- 4 kategória a rendelkezésre álló energia (hajtóerő) alapján:

1. Az instabilitások osztályozása

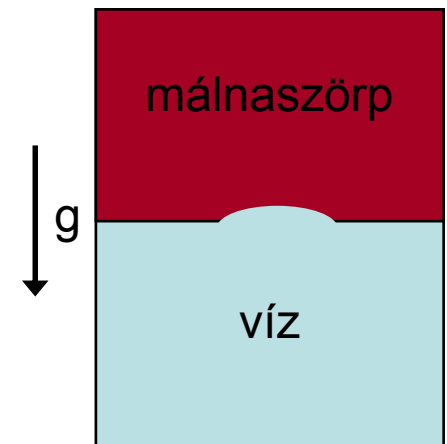


a.) streaming (áramló) instabilitás

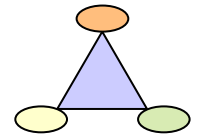
- i.) nagy energiájú részecskenyaláb alakul ki a plazmában
 - ii.) úgy hajtunk plazmáramot, hogy a különböző részecskék egymáshoz képest driftelnek
- a drift energia oszcillációs energiává alakul (hullámokat gerjeszt)

b.) Rayleigh-Taylor instabilitás

- a plazma nem uniform: pl. éles határok, sűrűség-gradiens
- külső, nem elektromágneses erőtér → hajtóerő
- ismert példa: a ritkább folyadék sűrűbb folyadékot tart
 - bármilyen kis határfelületi hullám növekedni fog
- végül a két folyadék helyet cserél (interchange instability)



1. Az instabilitások osztályozása



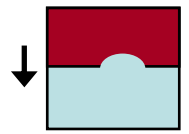
c.) általános (universal) instabilitás

- az *összetartás* miatt nincs egyensúly (hiába nincs el.mágn. / grav. erőter)
- nyomás \rightarrow tágulás során energianyereség \rightarrow ez elég (hajtóerő)

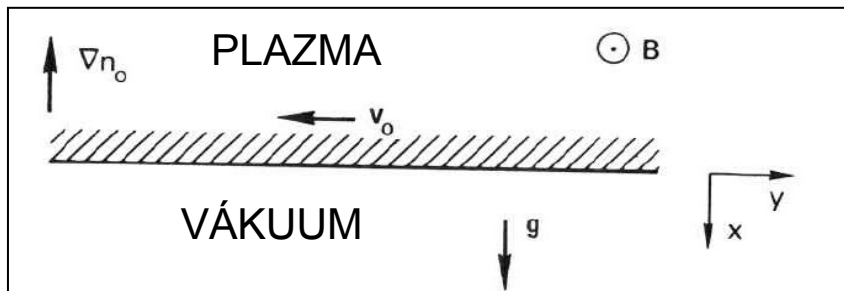
d.) kinetikus instabilitás

- a sebességeloszlás nem maxwelli = egyensúlytól való eltérés
- az *anizotropia* a hajtóerő
- példa: veszteségkúp-instabilitás (mágneses tükrös berendezésekben)
 - \rightarrow veszteségi kúp miatt kevés részecskének nagy $v_{\parallel} / v_{\perp}$
 - \rightarrow ez egy instabilitás kialakulásához vezet

2. A Rayleigh-Taylor (gravitációs) instabilitás



- „könnyű folyadék” = mágneses tér
 - „nehéz folyadék” = plazma
 - görbült mágneses tér (pl. tokamak) → centrifugális erő (~gravitáció)
- legegyszerűbb 2D eset: plazma határfelület az y - z síkban



forrás: Bateman

- sűrűség-gradiens $-x$ irányban
- gravitációs erőter $+x$ irányban
- legyen \mathbf{B}_0 állandó
- legyen $kT_i = kT_e = 0$

- az erőegyensúly ionokra: $Mn \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = qn \mathbf{v} \times \mathbf{B} - \nabla p + Mng$

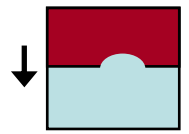
- a fenti feltevésekkel, egyensúlyban: $Mn_0 (\mathbf{v}_0 \cdot \nabla) \mathbf{v}_0 = en_0 \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}_0 + Mn_0 \mathbf{g}$

→ ha $\mathbf{g} = \text{áll.} \Rightarrow \mathbf{v}_0$ is állandó, ekkor:

$$0 = en_0 \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}_0 + Mn_0 \mathbf{g}$$

- ebből fejezzük ki a drift sebességet!

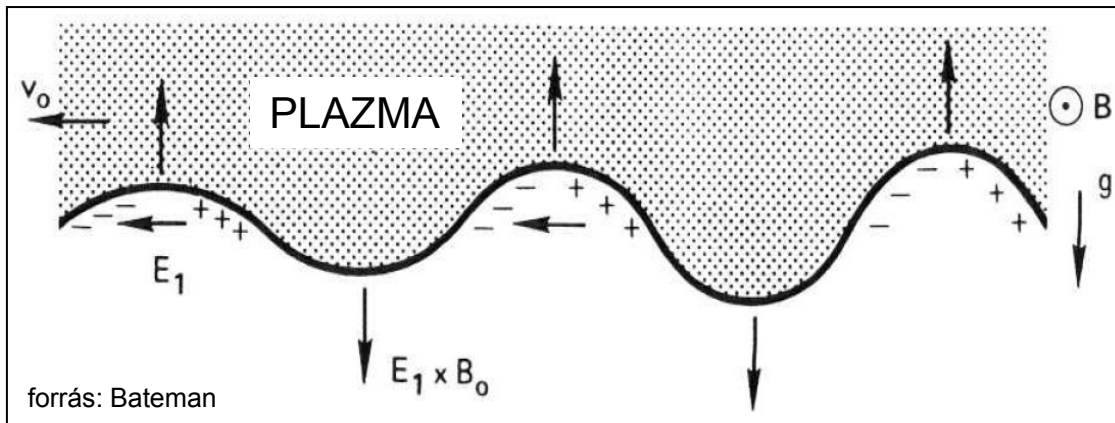
2. A Rayleigh-Taylor (gravitációs) instabilitás



- a drift-sebesség ionokra: $\mathbf{v}_0 = \frac{M}{e} \frac{\mathbf{g} \times \mathbf{B}_0}{B_0^2} = -\frac{g}{\Omega_c} \hat{\mathbf{y}}$

→ elektronokra elhanyagolható, mert $m/M \rightarrow 0$

- a felszínen kialakuló bármilyen hullám növekedni fog \mathbf{v}_0 miatt:



- a hullámok oldalán töltésfelhalmozódás

→ kialakul \mathbf{E}_1

- az $\mathbf{E}_1 \times \mathbf{B}$ drift növeli a hullám amplitúdóját

→ linearizálás, a perturbált mozgásegyenlet (fluktuáló részek leválasztva):

$$M(n_0 + n_1) \left[\frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1) + (\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1) \cdot \nabla (\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1) \right] = e(n_0 + n_1) [\mathbf{E}_1 + (\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1) \times \mathbf{B}_0] + M(n_0 + n_1) \mathbf{g}$$

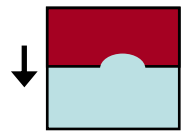
- szorozzuk meg a perturbálatlan mozgásegyenletet $\frac{n_0 + n_1}{n_0}$ -al

$$M(n_0 + n_1) (\mathbf{v}_0 \cdot \nabla \mathbf{v}_0) = e(n_0 + n_1) \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}_0 + M(n_0 + n_1) \mathbf{g}$$

→ a kettőt egymásból kivonva, elsőrendben:

$$Mn_0 \left[\frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} + (\mathbf{v}_0 \cdot \nabla) \mathbf{v}_1 \right] = en_0 [\mathbf{E}_1 + \mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0]$$

2. A Rayleigh-Taylor (gravitációs) instabilitás



$$Mn_0 \left[\frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} + (\mathbf{v}_0 \cdot \nabla) \mathbf{v}_1 \right] = en_0 [\mathbf{E}_1 + \mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0] \quad \rightarrow \text{vegyük észre: } g \text{ kiesett, de } \mathbf{v}_0\text{-ban benne van!}$$

→ $\exp\{i(ky - \omega t)\}$ típusú perturbációkra, y-irányba haladó hullám esetén ($\mathbf{k} = k\hat{y}$) :

$$M(\omega - kv_0) \mathbf{v}_1 = ie(\mathbf{E}_1 + \mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0) \quad - \text{ mivel } \mathbf{E}_x = 0 \text{ és } \Omega_c^2 \gg (\omega - kv_0)^2$$

→ a megoldás:
$$v_{ix} = \frac{E_y}{B_0}, \quad v_{iy} = -i \frac{\omega - kv_0}{\Omega_c} \frac{E_y}{B_0}$$

→ elektronokra hasonlóképpen:
$$v_{ex} = \frac{E_y}{B_0} \quad \text{és } m/M \rightarrow 0 \text{ miatt } v_y \approx 0$$

- a perturbált kontinuitási-egyenlet:
$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + \cancel{\nabla \cdot (n_0 v_0)} + (\mathbf{v}_0 \cdot \nabla) n_1 + \cancel{n_1 \nabla \cdot \mathbf{v}_0} + (\mathbf{v}_1 \cdot \nabla) n_0 + n_0 \nabla \cdot \mathbf{v}_1 + \cancel{\nabla \cdot (n_1 v_1)} = 0$$

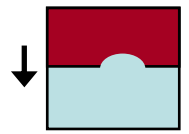
$$\nabla n_0 \perp \mathbf{v}_0 \quad \mathbf{v}_0 = \text{áll.}$$

→ tehát elsőrendben marad:
$$-i\omega n_1 + ikv_0 n_1 + v_{ix} \frac{\partial n_0}{\partial x} + ikn_0 v_{iy} = 0$$

→ elektronokra egyszerűbb ($\mathbf{v}_{e0} = 0$):
$$-i\omega n_1 + v_{ex} \frac{\partial n_0}{\partial x} = 0$$

} $n_{i1} = n_{e1} = n_1$
 a plazma-közelítést használtuk, mert alacsony frekvenciás hullámok (utólag biz!)

2. A Rayleigh-Taylor (gravitációs) instabilitás



- behelyettesítve a sebességeket, ionokra: $(\omega - kv_0)n_1 + i \frac{E_y}{B_0} \frac{\partial n_0}{\partial x} + ikn_0 \frac{\omega - kv_0}{\Omega_c} \frac{E_y}{B_0} = 0$

- elektronokra: $\omega n_1 + i \frac{E_y}{B_0} \frac{\partial n_0}{\partial x} \rightarrow \frac{E_y}{B_0} = \frac{i\omega n_1}{\partial_x n_0}$

→ az ion-egyenletbe helyettesítve: $(\omega - kv_0)n_1 + \left(n'_0 + kn_0 \frac{\omega - kv_0}{\Omega_c} \right) \frac{\omega n_1}{n'_0} = 0$

$$\frac{\partial n_0}{\partial x} \equiv n'_0$$

$$\omega - kv_0 - \left(1 + \frac{kn_0}{\Omega_c} \frac{\omega - kv_0}{n'_0} \right) \omega = 0$$

$$\mathbf{v}_0 = \frac{M}{e} \frac{\mathbf{g} \times \mathbf{B}_0}{B_0^2} = -\frac{g}{\Omega_c} \hat{\mathbf{y}}$$

$$\omega(\omega - kv_0) = -v_0 \Omega_c n'_0 / n_0$$

→ másodfokú egyenletet kapunk: $\boxed{\omega^2 - kv_0 \omega - g(n'_0 / n_0) = 0}$

→ megoldásai: $\omega = \frac{1}{2} kv_0 \pm \left[\frac{1}{4} k^2 v_0^2 + g(n'_0 / n_0) \right]^{1/2}$

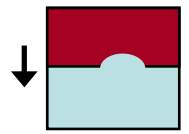
→ instabilitás van, ha ω komplex, azaz $\frac{1}{4} k^2 v_0^2 < -g(n'_0 / n_0)$

látszik: g és $\text{grad}(n_0)$
ellenkező irányú kell,
hogy legyen

→ a növekedési ráta: $\gamma = \text{Im}(\omega) \approx \sqrt{-gn'_0 / n_0}$ - ha k kicsi (nagy hullámhossz)

→ ω valós része: $\frac{1}{2} kv_0$, és mivel v_0 ionsebesség, a frekvencia alacsony

2. A Rayleigh-Taylor (gravitációs) instabilitás



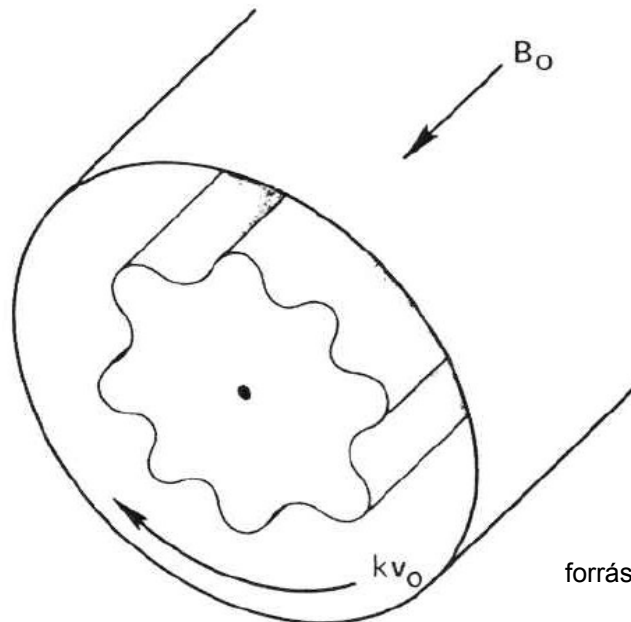
$$\gamma = \text{Im}(\omega) \approx \sqrt{-gn'_0 / n_0}$$

→ g modellezi a mágneses erővonalak görbülését

→ g előjele (a görbület előjele) határozza meg, hogy van-e instabilitás

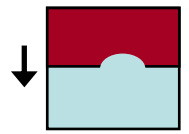
- a plazma felé hajló erővonalak stabilizáló hatásúak, és fordítva

Az instabilitást „flute”-instabilitásnak (hornyolt) is szokás nevezni, mert hengeres geometriában egy görög oszlopra emlékeztet az alakja:



forrás: Bateman

2. A Rayleigh-Taylor (gravitációs) instabilitás



Érdekesség: pelletfelhők által kibocsátott fényintenzitás oszcillációjának (striations) Parks-féle magyarázata

- 2D-modell (r,z)

- a felhő kiszélesedve ellipszis keresztmetszetű

→ a felhő „átlátszósága” (e⁻-okra) a szimm.tengelytől kifelé haladva csökken

→ a beeső elektronok nagyobb hányada nyelődik el a tengely mentén, mint a széleken

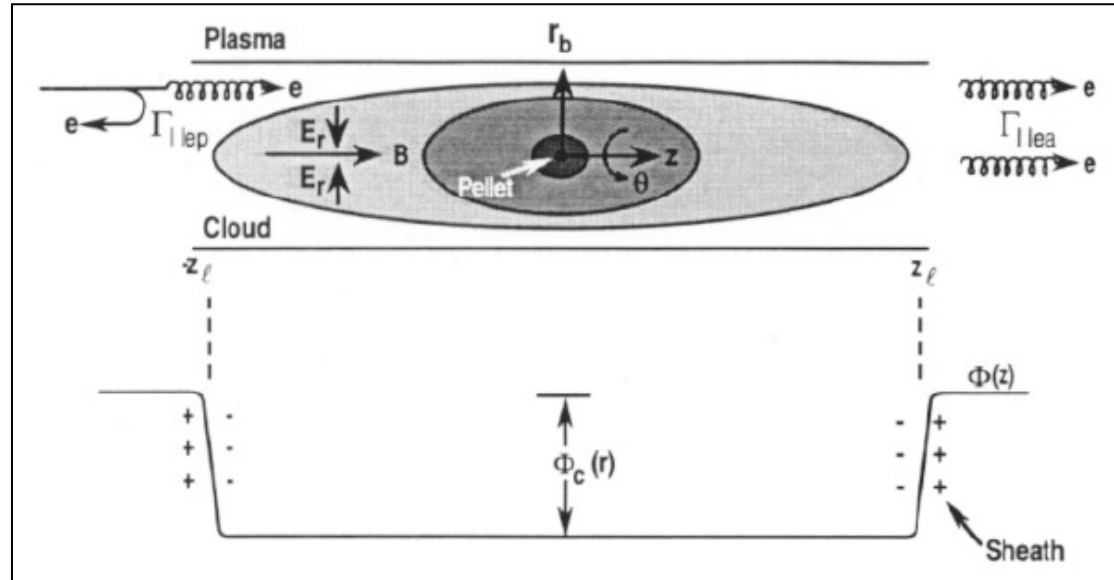
→ a plazmához képesti potenciál-esés a felhő közepén: $\Phi_c \sim kT_e / e$

→ r_b sugarú henger esetén: $E_r \approx \Phi_c / r_b$

→ a felhő forgásba jön: $v_\theta = E_r / B = kT_e / (e B r_b) \rightarrow g = \frac{v_\theta^2}{r}$

- az ezzel ellentétes irányú sűrűség-gradiens instabilitáshoz vezet

⇒ m=1 módus: a felhő radiális irányban elmozdul → a pellet árnyékolása megszűnik, megugrik az abláció (és új felhő alakul ki)



forrás: Parks

3. A „kink” instabilitás

Az MHD-instabilitásokról röviden

- két alapvető hajtóerő:

1. nyomásgradiens és a mágneses tér görbülete

→ „kicserélődéses” (interchange) inst.

→ hasonló a Rayleigh-Taylor instabilitáshoz: a plazma bizonyos részei helyet akarnak cserélni egymással

→ ált. nem erősen instabil jelenségekkel áll kapcsolatban, lokális (plazma belseje)

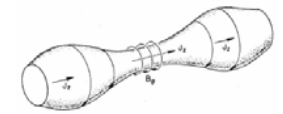
2. mágneses térrel párhuzamos áram

→ kink instabilitást okoz

→ a plazma erősen deformálódik (vákuumkamra falához ér...)

A valódi MHD-instabilitásoknak ált. többféle hajtóereje is van, a fenti kategóriák extrém esetekben érvényesek, és többnyire intuitívak, de szemléltetésre alkalmasak.

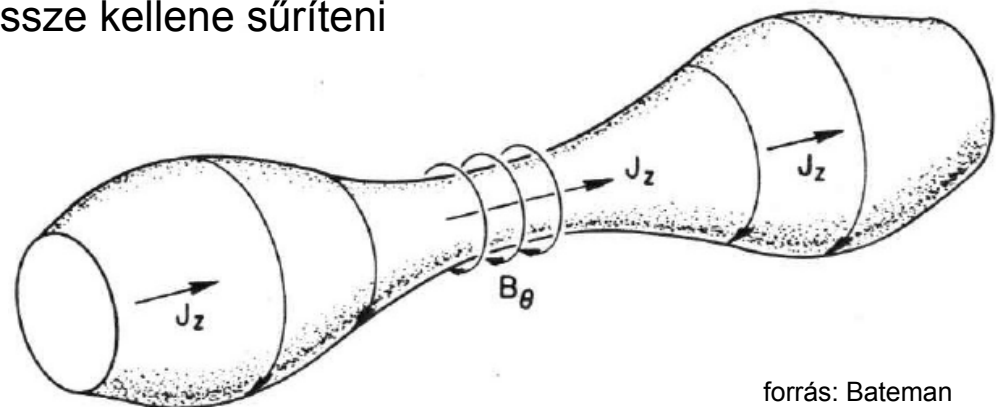
3. A „kink” instabilitás



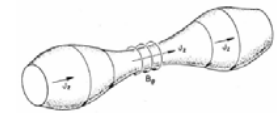
- hajtóerő: \mathbf{B} -vel párhuzamos áram
- hengeres geometria, osztályzás poloidális módusszám alapján: $e^{im\theta}$

$m = 0$ sausage (hurka-instabilitás)

- $B_z = 0$ nincs longitudinális mágneses tér, de $j_z \rightarrow B_{\text{pol}}$
- poloidálisan szimm. radiális perturbáció
 - j_z nő az összeszűkült keresztmetszetben
 - ⇒ ez nagyobb B_{pol} -t indukál ⇒ jobban összeszorítja a plazmát
- kivédhető longitudinális mágneses tér alkalmazásával
 - a plazmával együtt a teret is össze kellene sűríteni



3. A „kink” instabilitás

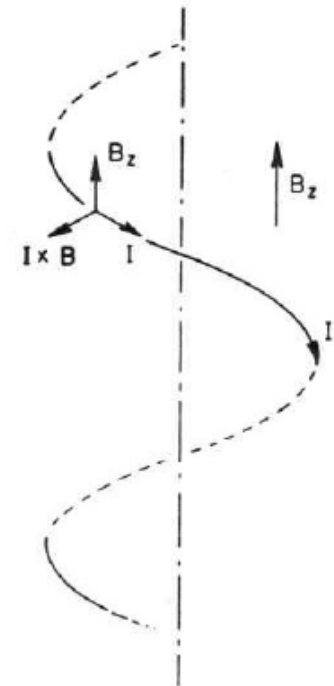


$m = 1$ kink módus (kink mode)

- \mathbf{B} homogén mágneses tér \rightarrow a plazma „dugóhúzó” alakot vesz fel
- két egyszerű modell

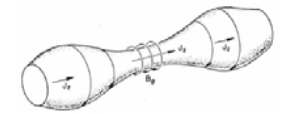
1. végtelen vékony plazmafonal

- \mathbf{B}_z mágneses tér, I áram; alapesetben $I \parallel \mathbf{B}_z$, nincs erőhatás
- spirális perturbáció \rightarrow az $I \times \mathbf{B}_z$ erő a felületből kifelé hat, és tágítja a hengert (hajtóerő)

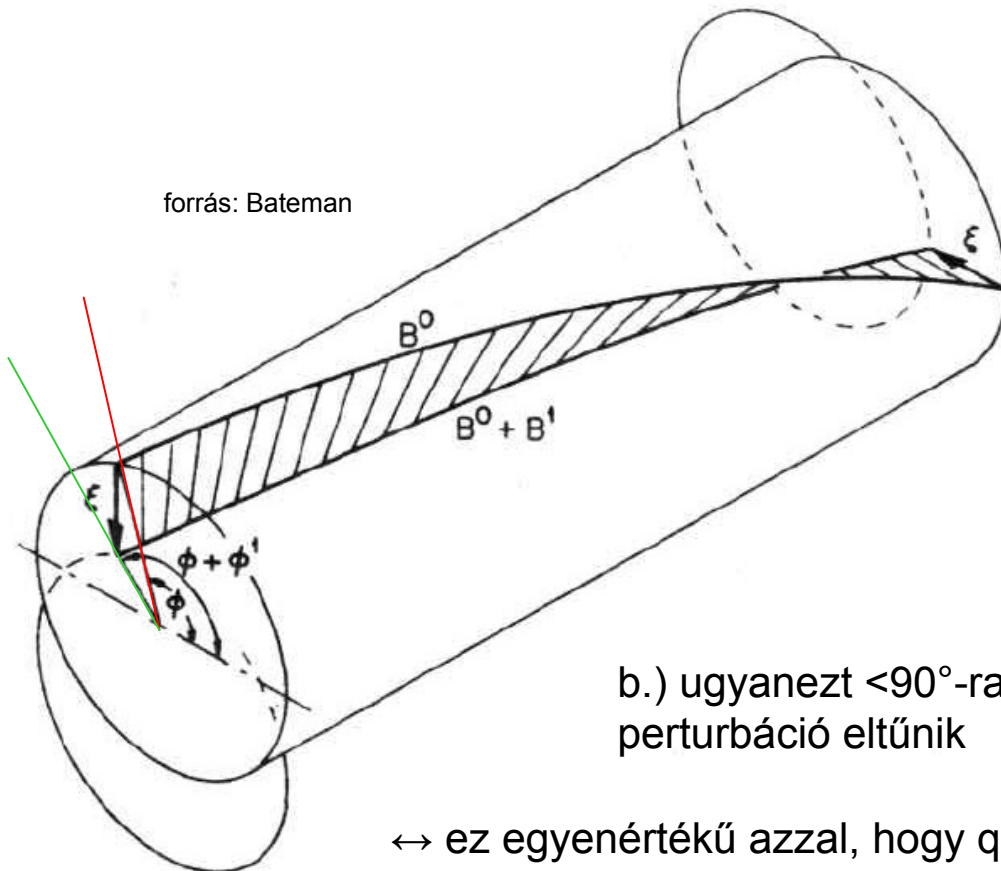


forrás: Bateman

3. A „kink” instabilitás



2. vastag plazmahenger + spirális perturbáció (keresztmetszet alakja változatlan)



Vizsgáljunk $\lambda/4$ távolságban lévő két keresztmetszetet!

a.) az erővonalak egymáshoz képest bezárt szöge (pol.) $> 90^\circ$ - **piros vonal**

→ a perturbáció után a szög nagyobb! (**zöld vonal**)

→ B_{pol} megnőtt!

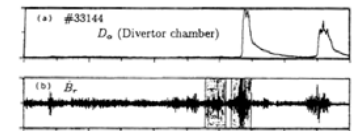
⇒ a mágneses nyomás is nagyobb, pont a belső oldalon → tágulás

b.) ugyanezt $<90^\circ$ -ra megismételve azt kapjuk, hogy a perturbáció eltűnik

↔ ez egyenértékű azzal, hogy $q > 1$

Kruskal-Shafranov kritérium

4. Az ELM-ek



ELM = Edge Localised Mode

→ H-módban, a plazma edge-ben tapasztalható MHD-instabilitások

általános jellemzők:

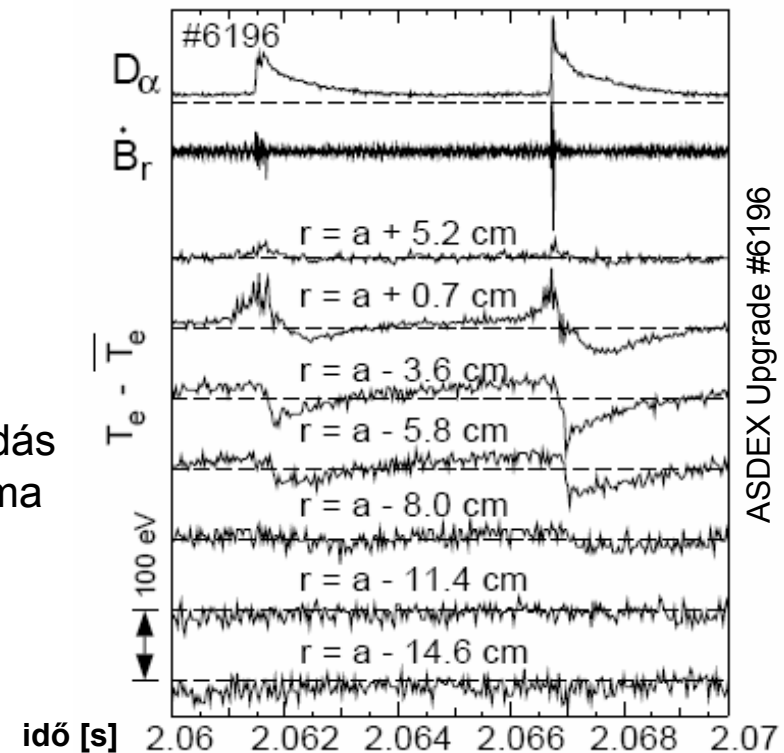
- gyors (~ms) részecske- és energiaveszteség az edge-régióban
- egy ELM alatt T_e a szeparátrixon kívül nő, belül csökken
- T_e a plazma magjában nem változik számottevően ← edge localised

forrás: Zohm

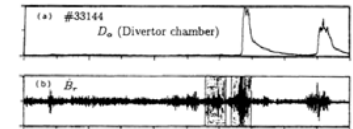
- maga az ELM gyorsabb lefolyású (~ms), mint az ismétlődési frekvenciája (10-200Hz)
- ELM-mentes H-módokban a plazmasűrűség és a szennyezők koncentrációja is folyamatosan nő
↔ ELMy H-módok esetén a tárolt energia és a sűrűség adott értékre áll be

→ az ELM-mentes kisülésekben a sugárzásos hőleadás folyamatosan nő, míg végül $P_{sep} \leq P_{HL}$, és a plazma L-módba esik vissza

→ ált. csak az ELMy H-módok válnak stacionáriussá (Zohm)



4. Az ELM-ek



Az ELM-ek csoportosítása (Zohm, felfedezés ideje szerint)

1. type I ELM

- az ELM-frekvencia (ν_{ELM}) nő a fűtési teljesítménnyel (P_{tot})
- nincs észlelhető mágneses prekursor (de: T_e -ben vannak változások)
- szélessávú mágneses és sűr. fluktuációk ELM előtt; alatta erősebb
- izolált, éles csúcsok a divertor-sugárzásban (D_α)
- $\nabla p_{\text{edge}} \approx \text{stab. határ}$ ($\alpha \approx \alpha_{\text{crit}}$)

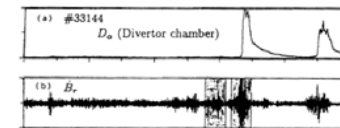
2. type II ELM

- elnyújtott k.m.-ű DIII-D plazmákban (*csak itt!*), $\nu_{\text{ELM}} \leftrightarrow P_{\text{tot}} ? \rightarrow$ elhagyjuk

3. type III ELM

- az ELM-frekvencia (ν_{ELM}) csökken a fűtési teljesítménnyel (P_{tot}), de ált. inkább $P_{\text{tot}} - P_{\text{HL}}$ a jellemző
- észlelhető koherens mágneses prekursor: $\nu \sim 50\text{-}70$ kHz
 \rightarrow tor. módusszám: $n \approx 5\text{-}10$, pol. módusszám: $m \approx 10\text{-}15$
- edge nyomás: $0,3 \leq \alpha / \alpha_{\text{crit}} \leq 0,5$ (stabilitási határtól távol)

4. Az ELM-ek



- a fűtéstől való tipikus függés:

Megfigyelések sok berendezésben:

(DIII-D, ASDEX, Alcator C-MOD, JET, Compass-D, JFT2-M, TCV, PBX-M, Wendelstein VII-AS)

• dithering cycles (bizonytalan H-mód)

→ L-H-L átmenetek @ $P_{sep} \approx P_{LH}$

→ modell: H-mód instab. nélkül

→ ν enyhén csökken ha P_{sep} nő

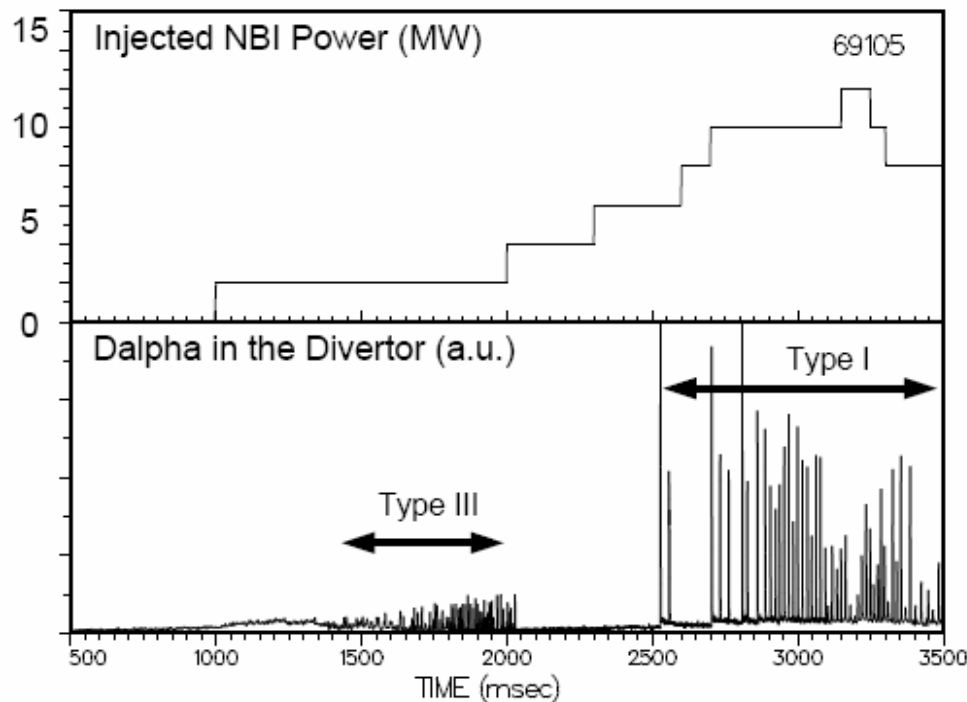
→ P_{sep} a szignifikáns (és nem P_{tot})

→ a köztes L-fázisban a turb. szint \geq normál L-módban, amikor $P_{sep} < P_{LH}$

→ hasonlít a type III ELM-hez, de nincs mágn. prekursor + alacsonyabb flukt. (EM, n_e)

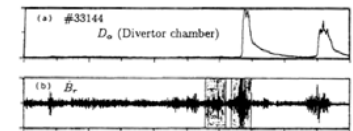
• type III ELM frekvenciatart.: 2 kHz (\approx 1/élettartam) – 200Hz (álland. áll. ELMy H-mód)

• type I ELM frekvenciatart.: 10-200 Hz



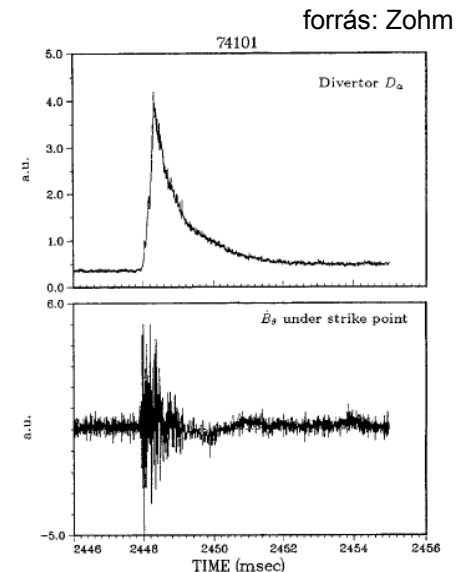
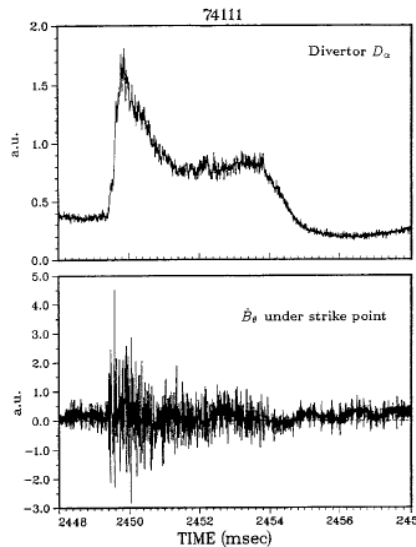
forrás: Zohm

4. Az ELM-ek

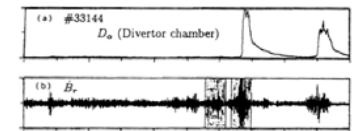


Az ELM-ek hatása a transzportra (Zohm)

- romlik a globális energia- és részecske-összetartási idő
 - DE: az ELM csak a plazma edge-ben hat
 - drámaibban érinti a részecske-összetartást: forrás helye = veszteség helye (plazma széle) ↔ energiánál forrás többnyire a core, csak az edge-be transzp. E-ra hat
 - ⇒ sűrűség-manipuláció lehetséges τ_E jelentős romlása nélkül!
- jól szeparált (individuális) ELM-ek: plazma részecskék és energia kb. 5-10%-át
 - type III ELM: frekvencia csökken ⇒ hatás jelentősebb
 - type I ELM: $\Delta E / \text{ELM} \approx \text{áll.}$ (nagy T-n)
- compound ELM (összetett ELM)
 - hatása sokkal drasztikusabb
 - élettartama hosszabb ~5-10 ms
 - ELM + átmeneti L-fázis



4. Az ELM-ek



ELM-modellek

- transzportra való hatást csak nemlineáris analízissel → ált. nincs elméleti levezetés

Type III ELM

- **Kerner et al.**

- nemlineáris analízis hengeres geometriára
- ha $\nabla j_{\text{edge}}, \nabla \rho_{\text{edge}}$ elég nagy → egyes rezisztív interchange módusok nemlineáris, turbulens keveréke + kink instabilitás csatolódnak

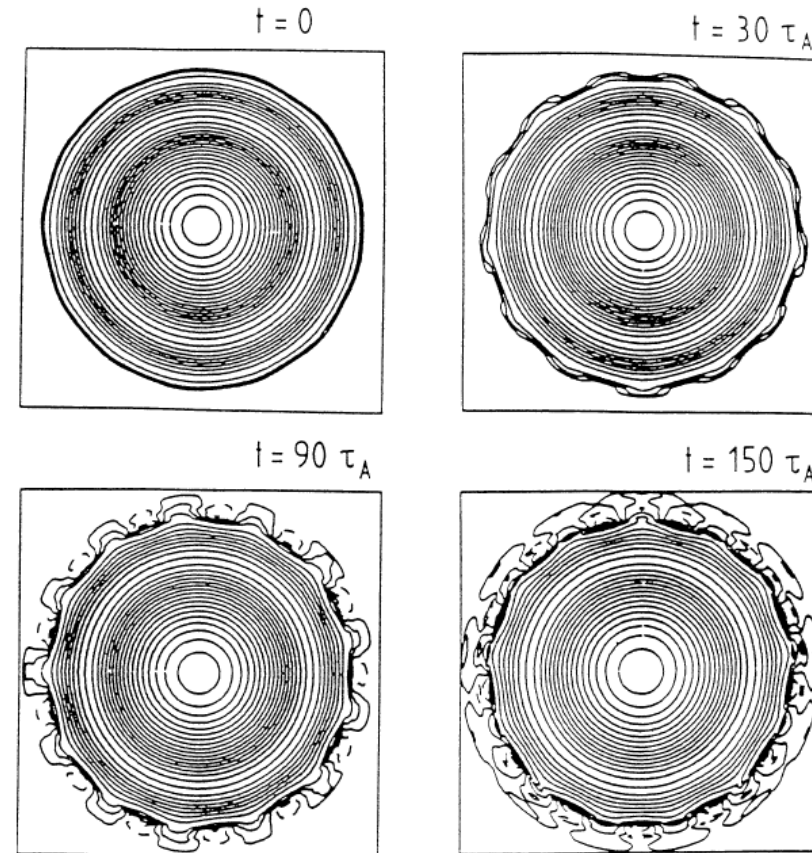
⇒ a külső fluxusfelületek gyors leválása, megsemmisülése = **peeling mode**

- **Huysmans**

- + toroidális, plazma keresztmetszete (lin.)
- rezisztív ballooning (= rez. interch. hengeres) módusok $n > 10$ módusszám mellett instabilak, de lassú! → prekursor
- meredekebbé teszik j_{edge} és ρ_{edge} profilokat

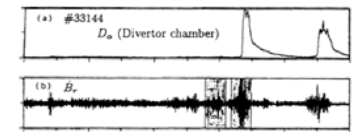
→ egy alacsonyabb módusszámú instab-hoz csatolódva peeling módust alkotnak

→ lin. analízis: csak j_{edge} növelésével lesz elég gyors ⇒ ∇j_{edge} a fő hajtóerő!



forrás: Zohm

4. Az ELM-ek

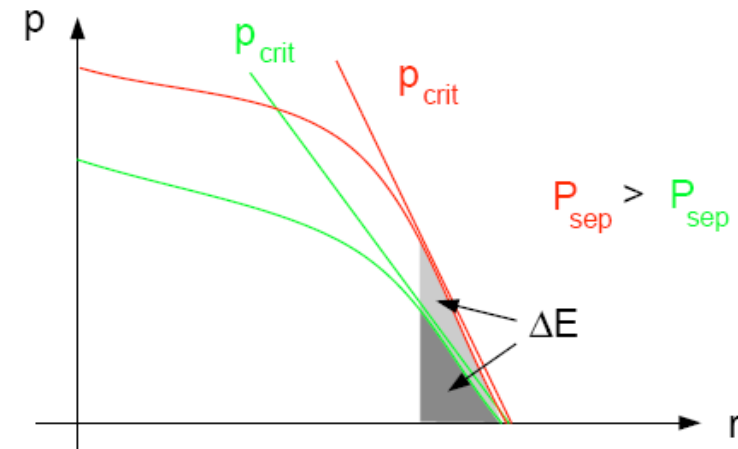


- **Manickam**

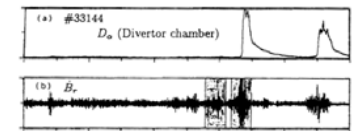
- lin. kink stabilitási analízis, idealizált: fajl. ell. = 0
- j_{edge} a fő hajtóerő; az edge shear stabilizáló hatása dominál
- j_{edge} felépül \Rightarrow kink instabil! (még akkor is, ha $\rho_{plazma} = 0$)
- véges ∇p mellett: peeling módus vagy a módus kiterjed a plazma belseje felé

Összegzés

- a type III ELM rezisztív jelenség \leftrightarrow nagy T_{edge} stabilizáló hatású – kísérletek alátámasztják
- frekvenciafüggés magyarázata!
 - két ELM közötti idő: amíg ∇p és ∇j felépül, eléri a stabilitási határt
 - rezisztív: P_{tot} nő $\rightarrow T$ nő, stab. határ is nő!
 - a stabilizáló hatás felülkerekedik a hajtóerőn
 - ugyanezzel magyarázható ΔE / ELM függése is
- magasabb T_{edge} mellett eltűnik (rezisztív)
- bonyolult MHD-jelenség: magas módusszámú rezisztív instabilitások (pl. ballooning) és alacsony módusszámú kink-szerű instabilitások \rightarrow peeling módusok



4. Az ELM-ek

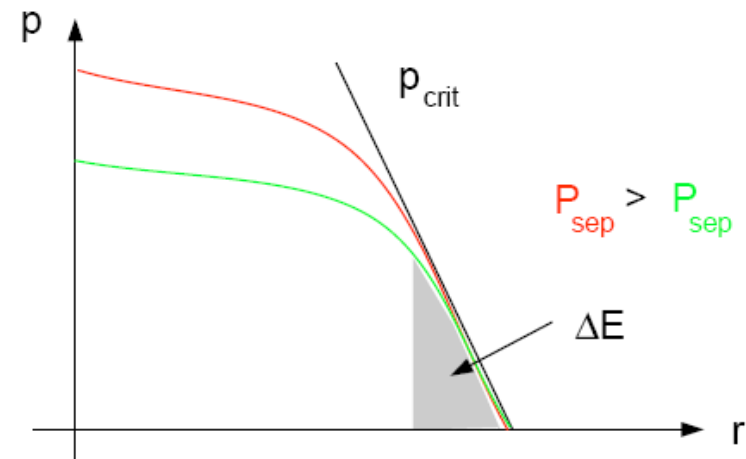


Type I ELM

- **Gohil et al**
 - lavina-modell: ∇p_{edge} mindig felépül $\alpha \approx \alpha_{\text{crit}}$ -ig (lin. ballooning analízis) \rightarrow ELM
 - \rightarrow ideális ballooning módusok lavinaszerű megjelenése (diff.-nál gyorsabban haladnak)
- **Manickam**: ideális kink, nagy j_{edge}
 - \rightarrow kísérlet: E divertor belső elemeire \leftrightarrow ballooning LFS-en nagy amplitúdójú

Összegzés

- nincs mágn. prekursor, de magasabb flukt. szint, T_e -oszcillációk \rightarrow nem tudjuk mérni?
 - \rightarrow magasabb poloidális módusszám, mint gondoljuk
- magasabb T , mint a type III \rightarrow ideális MHD-jelenséggel kapcs. ($\alpha \approx \alpha_{\text{crit}}$)
 - \rightarrow a frekvenciafüggés magyarázata: a fluxusfelületek geometriája javarészt megszabja ∇p_{edge} -t (stab. határ), T -től \sim függetlenül
 - \rightarrow ez magyarázza a ΔE / ELM függést is
- ellentmondás: DIII-D-ben $\alpha \approx \alpha_{\text{crit}}$ több 100ms-ig, de nem volt ELM \rightarrow szükséges de nem elégséges (főleg kis berendezésekben)
- nincs modell a transzport felgyorsulására



forrás: Zohm

Források

Francis F. **Chen**: Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion

Glenn **Bateman**: MHD Instabilities

H. **Zohm**: Edge Localized Modes (Plasma Phys. Control. Fusion 36, 105-128.)

P.B. **Parks**: Theory of Pellet Cloud Oscillation Striations (PPCF 38, 571-591.)